

Modelos Hidráulicos Bidimensionales de Lluvia Directa aplicados al Cálculo de Eventos Hidrológicos

Paloma Batanero Akerman

Responsable Soporte y Formación InfoWorks

Eduardo Martínez

Departamento de Ingeniería Civil: Hidráulica y Energética. Universidad P. de Madrid

Ignacio Martínez González

Subdirector de Tecnologías de la Información y Comunicación. INECO

1. Introducción

Una de las principales preocupaciones a la hora de realizar cualquier proyecto de ingeniería es la adecuada determinación de los hidrogramas de avenida de los cursos de agua que lo afecten. Hoy en día es posible la simulación de modelos hidrológicos complejos de lluvia directa sobre malla 2D de elementos finitos, empleando los avances en cálculo vectorial que ofrece la tecnología CUDA (Arquitectura Unificada de Dispositivos de Cálculo), sin la necesidad de determinar subcuencas y tránsitos (como en HEC-HMS). Con los datos que ofrecen los Modelos Digitales del Terreno GRID del PNOA español (Plan Nacional de Ortofotografía Aérea) con precisión de 5 x 5 m y las Coberturas del Terreno SIG CORINE (Coordinación de Información del Medio Ambiente), que permite la evaluación de la rugosidad del suelo, se tiene la información necesaria para construir fácilmente este tipo de modelos.

2. Metodología seguida

Para demostrar el método, se modelizaron dos cuencas completas mediante lluvia directa sobre una malla de elementos 2D. Se ensayaron diferentes niveles de precisión (variando el número de elementos) y se incluyeron dos presas, usando los datos del Modelo Digital del Terreno del PNOA. También se completó el cálculo hidrológico de ambas mediante HEC-HMS.

Los dos ejemplos fueron simulados en un PC con procesador Intel Core i7 CPU @2.67 GHz, equipado con una tarjeta gráfica aceleradora GeForce GTX TITAN Black GPU (2880 núcleos CUDA) en un SO Windows 7 a 64 bit. Las simulaciones en esta máquina tardaron entre 20 y 70 minutos para el río Zapardiel (1,450 km²) y de 6 a 17 horas para la cuenca del Zújar (8,500 km² - 2 embalses).

El programa InfoWorks ICM (Modelo de Cuenca Integrado) fue el software elegido para realizar los cálculos hidráulicos e hidrológicos en 2D.

ICM es una plataforma de modelización integrada con tecnología de última generación que puede incorporar cuencas tanto urbanas como fluviales. Este software proporciona una integración completa de las técnicas de simulación hidrodinámica 1D y 2D, siendo capaz de simular el desagüe superficial y el enterrado (realizado por el hombre) de las cuencas, representando con precisión todas las vías de flujo. También permite incorporar la hidrología y la hidráulica natural y artificial a la vez en un solo modelo. Tiene una total compatibilidad ArcGIS y utiliza de manera eficiente los avances de hardware disponibles, tales como procesadores de varios núcleos y tarjetas gráficas de procesamiento dedicadas (GPU).

3. Flujo plano poco profundo

3.1. Ecuaciones

Las Ecuaciones del Movimiento Plano Poco Profundo representan una aproximación del movimiento de la superficie libre de un fluido sobre un plano horizontal sobre una superficie inferior dada por la función del lecho $z_b(x,y)$. Denominando h al calado del fluido; u y v a las componentes normalizadas según el calado de la velocidad cartesiana, estas ecuaciones 2D se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla F = S_b + S_f \quad [1]$$

Donde los vectores de flujo U , S_b y S_f vienen dados por:

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}; \quad S_b = -gh \begin{bmatrix} 0 \\ \partial Z_b / \partial x \\ \partial Z_b / \partial y \end{bmatrix}; \quad S_f = -\frac{g n^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad [2]$$

Y F tiene la expresión:

$$F = (E, G) = \begin{bmatrix} hu & hv \\ hu^2 + gh^2/2 & huv \\ huv & hu^2 + gh^2/2 \end{bmatrix} \quad [3]$$

La ecuación de la conservación de la energía es:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \cdot \text{grad } H = g \frac{\partial h}{\partial t} \quad [4]$$

Donde la energía, $H(x,y)$, se expresa como:

$$H = \frac{1}{2} V \cdot V + g(Z_B + h) \quad [5]$$

La integración de la ecuación (1) en un volumen finito V_k se puede escribir (según F. Alcrudo y J. Mulet), en la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k} U + dV + \oint_{S_k} F \cdot n dS = \int_{V_k} (S_b + S_f) dV \quad [6]$$

Los autores usan el método clásico de TVD (Total Variation Dimishing), empleado para resolver ecuaciones diferenciales parciales a partir de la aproximación Roe de la solución de Riemann para extrapolar volúmenes finitos de doble paso, con precisión de segundo orden e integración explícita en el tiempo. Se ha comprobado que el método es estable y preciso en muchas aplicaciones, pudiéndose aplicar en mallas estructuradas y no estructuradas de elementos tanto triangulares como rectangulares.

La ecuación anterior puede sincretizarse en la forma:

$$U_k^{n+1/2} = U_k^n - \frac{\Delta t}{2V_k} \sum_{wk=1}^{wk=nk} \mathbf{F}_{wk}^{*n} \cdot n_{wk} \Delta S_{wk} + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{S}_{bk}^{*n} + S_{fk}^{n+1/2}) \quad [7]$$

$$U_k^{n+1} = U_k^n - \frac{\Delta t}{V_k} \sum_{wk=1}^{wk=nk} \mathbf{F}_{wk}^{*n+1/2} \cdot n_{wk} \Delta S_{wk} + \Delta t (\mathbf{S}_{bk}^{*n+1/2} + S_{fk}^{n+1}) \quad [8]$$

Donde U_k es el valor medio de las variables conservativas sobre el volumen finito V_k (ya que en el plano bidimensional, V_k es el área de una superficie), que está limitada por la superficie S_k (en el plano bidimensional, una línea).

S_k se descompone en muros planos (segmentos de líneas en 2D) con áreas de superficie ΔS_{wk} . El subíndice wk se refiere al muro del plano correspondiente en el que S_k se subdivide. El vector normal en sentido exterior de wk es n_{wk} .

Los superíndices n , $n + 1/2$ y $n + 1$, se refieren a sucesivos pasos temporales, con Δt , incremento de tiempo, entre los niveles n y $n + 1$. \mathbf{F}^* representa el tensor numérico y \mathbf{S}_b^* el vector numérico fuente, que corresponde sólo a la pendiente del lecho.

Las fuerzas de fricción S_f se calculan directamente a partir de la expresión (4), que primero tiene que ser linealizada para evitar resolver un sistema no lineal, según:

$$S_{fk}^{n+1} \approx S_{fk}^n + \left[\frac{\partial S_f}{\partial U} \right]_k^n (U_k^{n+1} - U_k^n) \quad [9]$$

3.2. Aplicación a Cuencas Naturales

En cuencas naturales las pendientes pueden ser importantes, por lo que las ecuaciones del Flujo Plano Poco Profundo se ven influenciadas tanto por la componente vertical del calado

como por la rugosidad. El calado en el modelo se calcula como diferencia entre la superficie libre del agua y la cota del terreno, por lo que se mide en la vertical y en consecuencia tanto la velocidad como el calado y la fricción se ven afectadas por la pendiente, siendo las relaciones geométricas:

$$\text{Tag } a = \frac{1}{p}; \quad \text{Cos } a = \frac{L'}{L}; \quad L' = L \cos a \quad [10]$$

Por tanto:

$$d = d' \cos a; \quad V = \frac{V'}{\cos a} \quad [11]$$

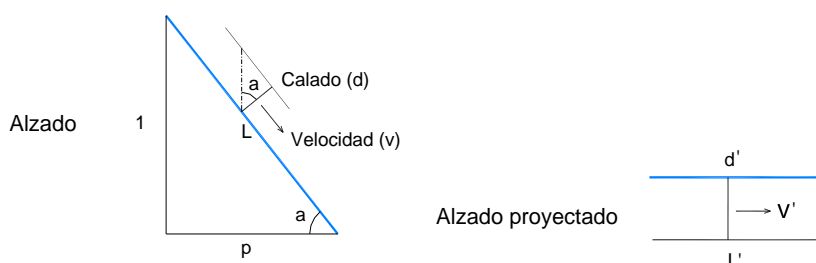


Figura 1. Calado real y velocidad en una pendiente y sus proyecciones que serían los resultados obtenidos por el modelo matemático.

La rugosidad presenta un problema similar, de forma que utilizando la fórmula de Manning, se necesita emplear un valor corregido de n para que compense la diferencia entre la longitud real de la superficie y la proyectada sobre el plano horizontal, así como la diferencia de velocidades, de manera que considerando la fórmula de Manning e igualando pérdidas de energía y asumiendo que $R_h \cong d$, se tiene:

$$n = n' (\cos a)^{13/6} \quad [12]$$

Con el fin de conocer el error que se comete al no considerar las pendientes en la ladera se han analizado los errores en el cálculo de calados y velocidades y en la estimación del valor de la n de Manning para pendientes entre el 1 y el 20%.

Pendiente (%)	Error en calados y velocidades (%)	Error en n (%)
1.0%	0.005%	0.01%
2.0%	0.020%	0.04%
5.0%	0.125%	0.27%
10.0%	0.496%	1.08%
15.0%	1.106%	2.44%
20.0%	1.942%	4.34%

Tabla 1. Errores cometidos en la estimación del calado, velocidad y valor de n , según la pendiente

4. Modelo del río Zapardiel

El primer modelo presentado es el río Zapardiel (cuenca del Duero), con una superficie total de 1.450 km². Es una cuenca sin regulación, pero la sección central presenta algunas áreas de almacenamiento naturales. Se han comparado dos simulaciones: la primera, un modelo tradicional HEC-HMS y otro de lluvia directa sobre malla 2D mediante InfoWorks ICM.

4.1. Modelo HEC-HMS

El modelo HEC-HMS realizado de comparación tiene 6 subcuencas y 4 tránsitos.

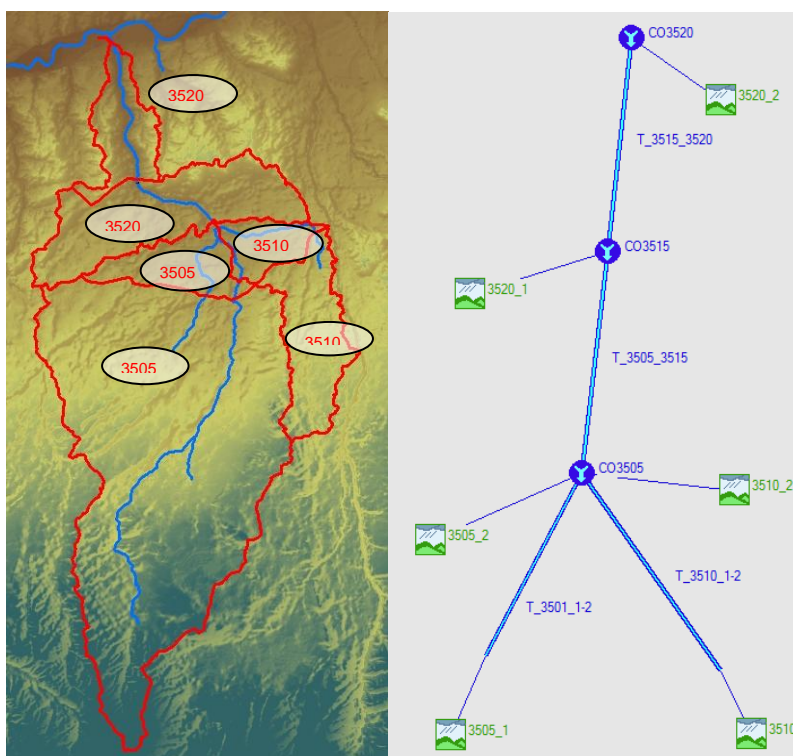


Figura 2. Modelo Hidrológico de cuenca río Zapardiel HEC-HMS

Se empleó un NC medio de 75, junto con el hidrograma unitario SCS. Los tránsitos fueron modelados con el método Muskingum-Cunge de 8 puntos. La precipitación, de 172 mm durante una hora, corresponde a una precipitación efectiva 100 mm en cada subcuenca.

Subcuenca	Área (km ²)	Longitud (km)
3505_1	906.1	60.10
3505_2	78.3	9.10
3510_1	128.8	28.50
3510_2	51.7	9.40
3520_1	208.2	16.90
3520_2	81.2	17.12

Tabla 2. Características de los elementos del modelo del río Zapardiel

4.2. Modelo de Lluvia Directa de InfoWorks ICM

Simultáneamente se construyó un modelo de precipitación directa sobre malla 2D a partir de un MDT GRID PNOA 5x5 m. La malla 2D general se probó con diferentes tamaños de elementos (5.000, 10.000 y 20.000 m²). Junto a esta, se definió una malla más precisa de 1.000 m² en los cursos de agua.

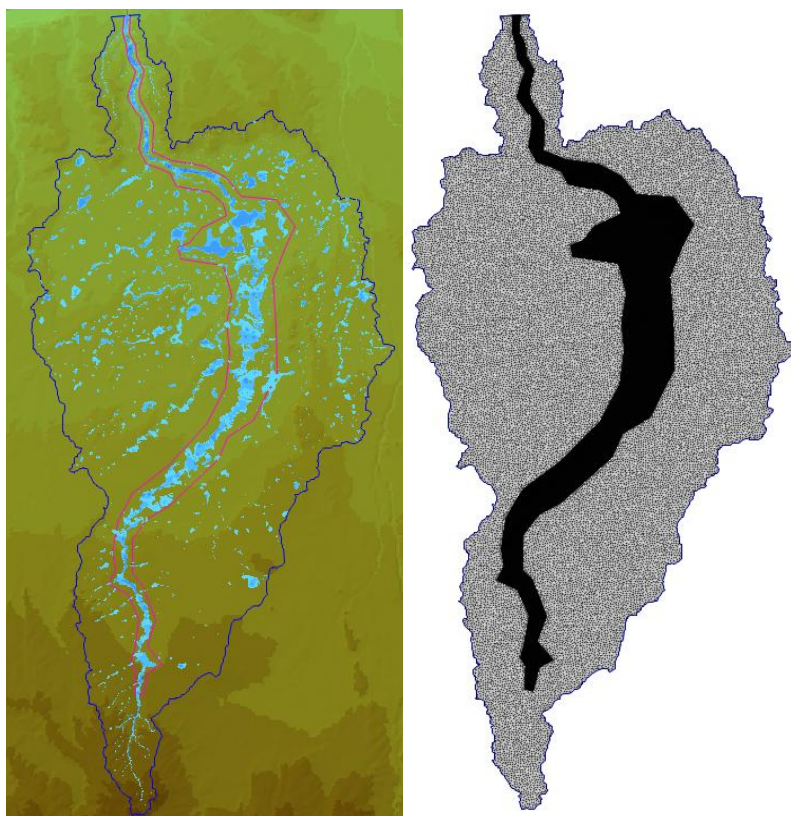


Figura 3. Modelo del terreno GRID empleado en el Zapardiel y malla 2D definida en InfoWorks ICM

Se vertieron sobre la cuenca 100 mm de precipitación total durante una hora, igual que en el modelo HEC-HMS. El coeficiente de rugosidad de Manning empleado fue de 0.040.

4.3. Comparación de Resultados

Los resultados son muy parecidos en los tres modelos realizados, que varían entre 618,4 m³/s obtenidos con un tamaño de elemento de 10.000 m², 619,0 m³/s (elementos de 5,000 m²) y 627,5 m³/s (con elementos de 20.000 m²). La rama descendente del hidrograma tiene una pendiente suave, debido al efecto de laminación esperado en la cuenca y el cauce.

Al comparar los resultados de este modelo con el de lluvia directa, se aprecia una gran similitud en la forma del hidrograma, pero con la diferencia fundamental del caudal máximo (787 m³/s frente a los 619 m³/s del modelo de precipitación directa con ICM). La razón de esta diferencia se debe a que el modelo HEC-HMS no reproduce el efecto de laminación en

las zonas más llanas de las subcuencas, y por tanto la parte baja del hidrograma tiene una pendiente más pronunciada.

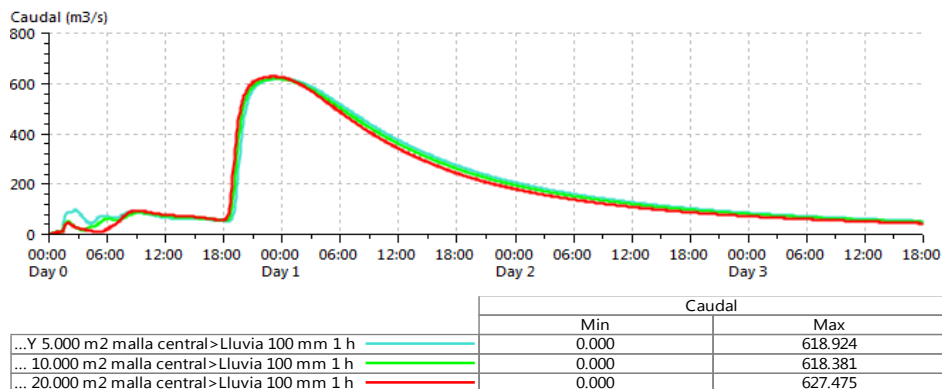


Figura 4. Resultados de caudales obtenidos en el modelo 2D del río Zapardiel al final de la cuenca

El hidrograma de salida obtenido con el modelo HEC-HMS fue:

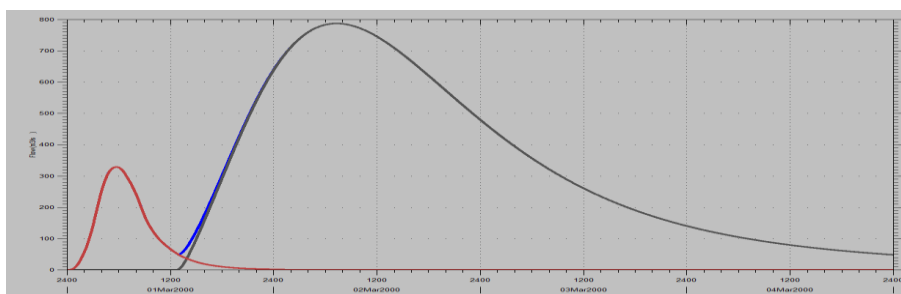


Figura 5. Resultados de caudales obtenidos al final del modelo HEC-HMS del río Zapardiel

5. RÍO ZÚJAR

El segundo realizado corresponde al río Zújar, de la Cuenca del Río Guadiana, con una superficie total de 8.500 km², incluyendo dos grandes presas: La Serena, de 3.200 hm³ y el Embalse del Zújar, situado aguas abajo de la primera, con un volumen útil de 300 hm³. El tamaño de este río puede clasificarse como medio-alto, y supone un buen ejemplo de la metodología utilizada cuando hay regulación de embalses en la cuenca.

A partir de los datos de elevación PNOA, se generó un MDT de toda la cuenca, con tamaño de celda de 5 x 5 m.

Los modelos hidráulicos bidimensionales definen el terreno a partir de mallas de superficie formadas por elementos de diferentes tamaños y formas, que disponen sus vértices en el terreno, de los cuales obtienen la cota de cada del elemento. Si se ignoran otros condicionantes, el tamaño de los elementos especifica la precisión del modelo, así como el número total de éstos y a su vez, el tiempo total de cálculo. Por tanto se debe buscar un

compromiso entre la precisión requerida y el tiempo de cálculo; definiendo diferentes zonas de mallado con diferentes tamaños de elementos.

En el caso de la hidrología de precipitación directa, es necesario proporcionar una precisión suficiente en los cauces, especialmente en aquellos tramos con secciones más estrechas. Esto se debe hacer con el fin de evitar obstrucciones de flujo que se comportarán como zonas de almacenamiento, reduciendo al mínimo el flujo total aguas abajo.

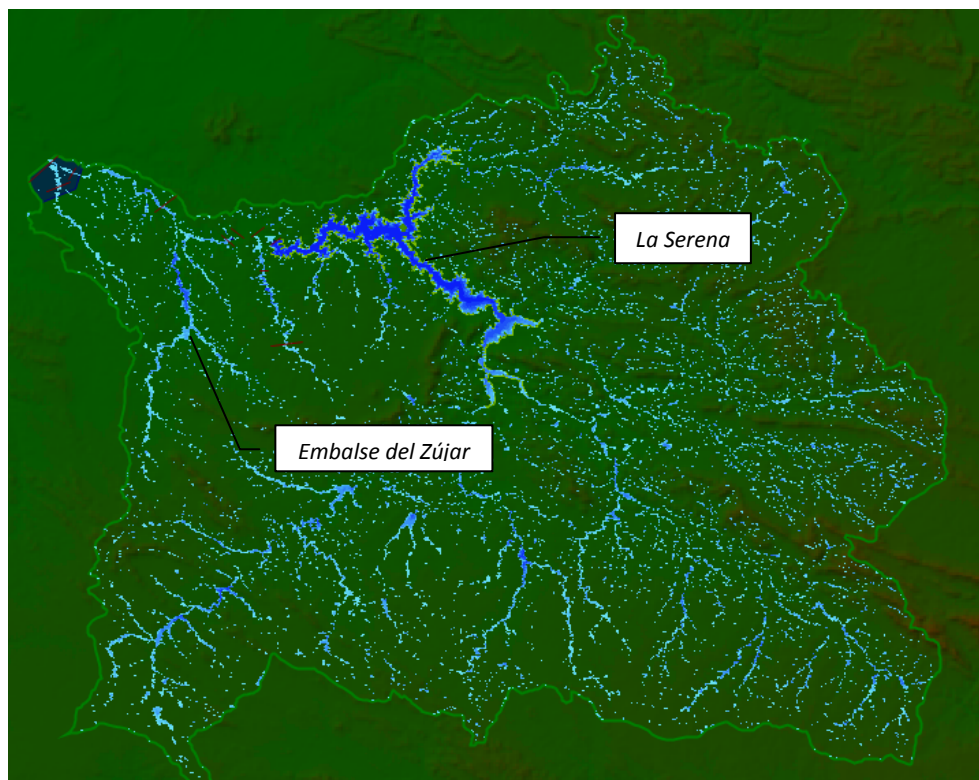


Figura 6. Modelo Digital del Terreno de la cuenca del río Zújar y resultados iniciales de inundación

Se ha desarrollado un método sencillo para identificar los principales cauces de una cuenca, donde se debe disponer una mayor precisión en los elementos del modelo 2D. Para ello se parte de un modelo inicial con elementos del mismo tamaño en toda su extensión. A partir de una primera simulación, se localizan los cauces de la cuenca en aquellas áreas con resultados de inundación mayores de un determinado calado. A partir de estos resultados, se lleva a cabo un procesamiento de datos con la ayuda de un SIG para delimitar las zonas que definen los cursos de agua y que se mallan con mayor precisión en el siguiente paso. Repitiendo este proceso unas pocas veces, se alcanza un punto óptimo, en el que las zonas de flujo principal se hayan delimitadas adecuadamente. Se puede dar por terminado el proceso cuando haya unos 4 ó 5 elementos de malla en el interior del lecho del río.

Los resultados presentan un incremento gradual en el flujo al disminuir el tamaño del elemento, hasta un valor en el que se estabilizan los resultados. Los gráficos siguientes muestran resultados de caudales finales en afluentes.

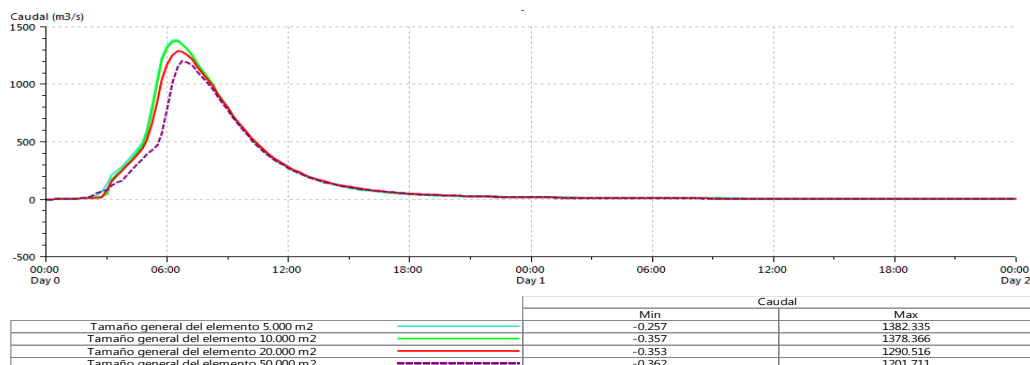


Figura 12: Caudales en el río Guadalefra (afluente del Zújar); tamaños de malla 5000-50000 m

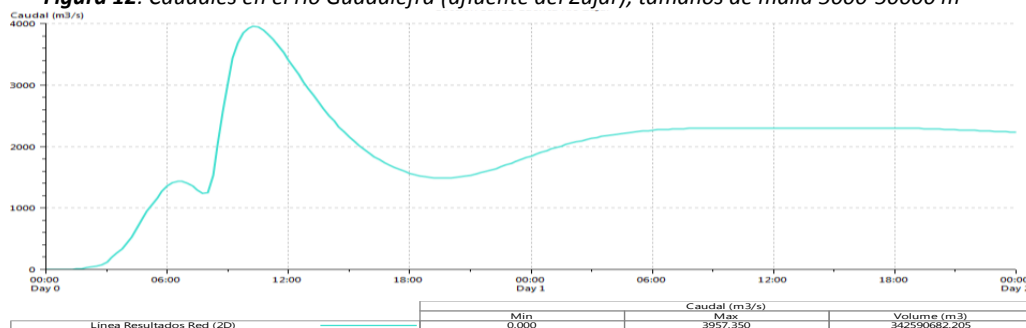


Figura 13: Caudales en el río y sección final de la cuenca completa del río Zújar $\approx 4,000 \text{ m}^3/\text{s}$

6. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta un nuevo método para la determinación de caudales máximos de avenida, dando una alternativa válida al análisis tradicional de cuencas y tránsitos unidimensionales de modelos hidrológicos como HEC-HMS, donde los resultados dependen de la habilidad del ingeniero para definir los parámetros de la cuenca.

Gracias a la disponibilidad de datos públicos de GRID PNOA y cobertura del terreno CORINE, actualmente es posible construir modelos de mallas de elementos 2D para simular lluvia directa sobre cuenca sin necesidad de costosos levantamientos topográficos. El parámetro más importante en este tipo de modelos es el tamaño medio de los elementos 2D en los cursos de agua principales. El método propuesto permite una mejor definición de estas áreas después de unas pocas iteraciones, acelerando por tanto el proceso de construcción del modelo sin comprometer la calidad de los resultados.

Con el hardware disponible hoy en día en ordenadores de uso general, se puede establecer un límite superior razonable para mallas 2D de 4 millones de elementos, lo que permite la correcta simulación de la lluvia directa en cuencas de hasta 10.000 km^2 . Para cuencas más

grandes, este proceso se podría aplicar de forma repetida a varias zonas más pequeñas o en sucesivas secciones de la cuenca.

Durante los últimos 5 años, la aparición de los procesadores multinúcleo y las tarjetas gráficas basadas en el procesamiento paralelo CUDA ha resultado en un aumento de cinco veces en la velocidad de cálculo matemático. Proyectando esta tendencia, se podría suponer que en los próximos cinco años será posible la simulación de lluvia directa en 2D en mallas de más de 20.000.000 de elementos en plazos de tiempo razonables y en PCs de uso estándar.

Por ello, es razonable pensar que el método propuesto puede ser una herramienta de referencia para obtener hidrogramas de avenida que podrían ser utilizados para prevenir eventos de sobrevertido e inundaciones no deseados.

Referencias

Alcrudo, F. and Mulet-Marti, J., 2005. *Urban inundation models based on the Shallow Water equations. Numerical and practical issues*. Proceedings of Finite Volumes for Complex Applications IV. Problems and Perspectives. Pages 1-12. Editado por F. Benkhaldoun, D. Ouazar, S. Raghay. Hermes Science Pub.

Cleveland, T. G., Garcia, A., He, X., Fang, X., and Thompson, D. B. 2005. *Comparison of physical characteristics for selected small watersheds in Texas as determined by automated and manual methods*. Proc., Texas ASCE Section Fall Meeting, El Paso, Tex.

Fang, Xing, Thompson, David B., Cleveland, Theodore G., Pradhan, P. and Malla Ranjit, 2008. *Time of Concentration Estimated Using Watershed Parameters Determined by Automated and Manual Methods*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, March/April, 2008.

Hill, J., and Neary, V. S., *Factors affecting estimates of average watershed slope*. J. Hydrol. Eng., 10(2), 130–140. 2005.

Roussel, M. C., Thompson, D. B., Fang, X., Cleveland, T. G., and Garcia, A. C., 2005. *Timing parameter estimation for applicable Texas watersheds*. Research Rep. No. 0-4696-2, Texas Department of Transportation, Austin, Tex.

Su, D. H., and Fang, X., 2004. *Estimating traveling time of flat terrain by 2D overland flow model*. *Shallow flows*, G. H. Jirka and W. S. J. Uijtewaal, eds., Balkema, Rotterdam, Países Bajos, 629–635.

U. S. Army Corps of Engineers. *Hydrologic Engineering Center. HEC-HMS, Applications Guide*. December 2000.

U. S. Army Corps of Engineers. *Hydrologic Engineering Center. HEC-HMS; Hydrologic modelling system user's manual*. 2000.